

Prüfungsvorbereitung Potenzen mit ganzzahligen Exponenten, Wurzeln

1) (4 Punkte) Vereinfache und gib als exakten Bruch ohne Potenzen an:

a) $\left(\frac{4}{3}\right)^3$

c) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-2}$

b) $\left(\frac{5}{2}\right)^{-4}$

d) $\left(\frac{9}{27}\right)^{-3}$

2) (4 Punkte) Vereinfache und schreibe als eine Potenz:

a) $a^3 \cdot a^5$

c) $x^{-5} : x^{-8}$

b) $5^{n-2} \cdot 5^{n+2}$

d) $c^0 : c^{-r}$

3) (6 Punkte) Schreibe als eine Potenz:

a) $(2a^2)^6$

c) $(x^{-2})^{-6}$

b) $\left(\left(-\frac{1}{x}\right)^4\right)^{-3}$

d) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right)^2$

4) (6 Punkte) Vereinfache so weit als möglich:

a) $2a^3 \cdot (2a)^{-2} \cdot a^4$

c) $5x^2 : (-5x)^2 \cdot 5$

b) $2^n \cdot 2^{-2n} : 2^{n+1}$

d) $(4c)^2 \cdot c^3 : 8c^4$

5) (9 Punkte) Löse die Gleichung:

a) $x^3 = -27$

d) $x^{42} = 16^{21}$

b) $x^{-3} = \frac{1}{27}$

e) $2^3 \cdot 2^x = 2^7$

c) $9^x = 3^{200}$

f) $p^{-5} : p^{2x} = p^{-7}$

6) (6 Punkte) Ist die Aussage wahr oder falsch?

a) $2^{50} < 8^{16}$

c) $15^6 < 4^{12}$

b) $2^{33} + 2^{33} = 2^{34}$

d) 3^6 ist eine Quadratzahl

- 7) (Volumen eines Würfels: $V = s^3$; Oberfläche eines Würfels: $S = 6s^2$)
- a) (6 Punkte) Die Kante des neuartigen würfelförmigen Raumschiffs der Borg (in der Serie 'Star Trek') beträgt $3 \cdot 10^5$ Meter. Wie gross ist die Oberfläche und das Volumen des Schiffs? (Gib das Resultat in wissenschaftlicher Form an!)
- b) (6 Punkte) Das alte, ebenfalls würfelförmige Raumschiff hatte eine Kantenlänge von $6 \cdot 10^3$ Meter. Wie viele alte Raumschiffe hätten im neuen Platz?
- c) (6 Punkte) Die Borg bauen würfelförmige Minisonden mit einer Kantenlänge von $2 \cdot 10^{-11}$ Metern. Wie gross ist das Volumen und die Oberfläche dieser Sonden? (Gib das Resultat in wissenschaftlicher Form an!)
- 8) (6 Punkte) Bringe die Wurzelterme auf die Normalform!
- a) $(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{6})$
- b) $\sqrt{12}(3 - \sqrt{2})$
- c) $\sqrt{8}\left(\frac{3}{2\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{9}{2}}\right)$
- d) $\sqrt{3+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3-2\sqrt{2}}$
- e) $\sqrt{18a^3b^4c^5}$
- f) $\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$
- 9) (5 Punkte) Löse die Gleichungen nach x auf und bringe die Lösung auf Normalform
- a) $\sqrt{3x+12} = 3 + \sqrt{12x}$
- b) $\sqrt{2x+12} = 3 + \sqrt{3x}$

Lösungen (ohne Gewähr):

- 1) a) $\frac{64}{27}$ b) $\frac{16}{625}$ c) 36 d) 27
- 2) a) a^8 b) 5^{2n} c) x^3 d) c^r
- 3) a) $64a^{12}$ b) x^{12} c) x^{12} d) $\frac{9}{4}$
- 4) a) $\frac{1}{2}a^5$ b) 2^{-2n-1} c) 1 d) 2c
- 5) a) -3 b) 3 c) 100 d) 4 e) 4 f) 1
- 6) a) falsch b) wahr c) wahr d) wahr
- 7) a) $V = 2.7 \cdot 10^{16} \text{ m}^3$; $S = 5.4 \cdot 10^{11} \text{ m}^2$ b) $V = 2.16 \cdot 10^{11} \text{ m}^3$; also 125000-Mal
 c) $V = 8 \cdot 10^{-33} \text{ m}^3$; $S = 2.4 \cdot 10^{-21} \text{ m}^2$
- 8) a) $9 + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{6}$ b) $6\sqrt{3} - 2\sqrt{6}$ c) -3
 d) 1 e) $3ab^2c^2\sqrt{2ac}$ f) $2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$
- 9) a) $3\sqrt{3}$ b) $9\sqrt{2} + 9\sqrt{3}$