

Prüfungsvorbereitung unendliche Summen / Grenzwerte von Folgen

1) (3 Punkte) Die Summe einer unendlichen geometrischen Folge ist 9. Die Summe der ersten beiden Glieder beträgt 5. Wie heissen die ersten beiden Glieder der Folge ?

2) (2.5 Punkte) Berechnen Sie die unendliche Summe der geometrischen Reihe:

a) $1 + 0.8 + 0.64 + \dots$ b) mit $a_1 = 5$ und $q = -0.3$

3) (3 Punkte) Verwandeln Sie den periodischen Bruch in einen Dezimalbruch:

a) $0.\overline{38}$ b) $0.\overline{18}$

4) (4 Punkte) Herr Schmutz schliesst einen Leasingvertrag ab: Eine Stereoanlage im Wert von 2000.- Fr. soll nach 4 Jahren ganz ihm gehören. Wie gross ist die Leasingrate bei halbjährlichen Zahlungen mit einem Zins von 5,5% pro Jahr?

5) (4 Punkte) Bestimmen Sie die Grenzwerte der Folgen für $n \rightarrow \infty$:

a) $a_n = \frac{n^3 - 2n + 1}{-n^2 + n}$ c) $a_n = \frac{2^n}{n^2}$ e) $a_n = 4 - \frac{\sqrt{n}}{n^{1.5}}$

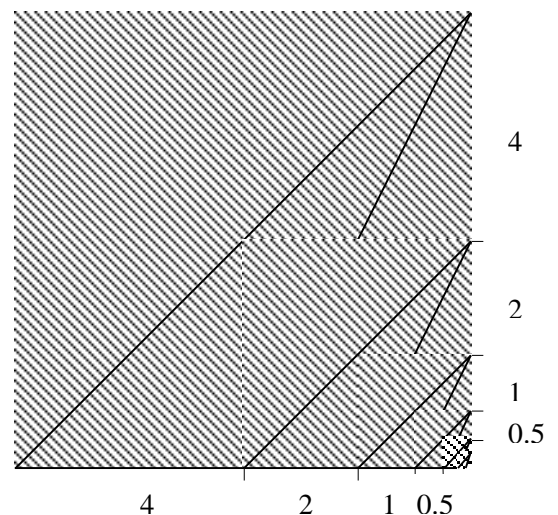
b) $a_n = \frac{\sqrt{n^3}}{n + 2}$ d) $a_n = \sin(n) \cdot e^{-n}$ f) $a_n = \frac{7 \cdot \log_4(n)}{-2n}$

6) (3 Punkte) Bestimmen Sie die Parameter x, y und z so, dass die Grenzwerte für $n \rightarrow \infty$ der Folgen 3 betragen (finden Sie nur eine Lösung):

a) $a_n = \frac{x \cdot n^3 - y \cdot n^2 + z \cdot n}{n^2 + n}$

b) $a_n = \frac{2n^x - 9n^y + 6n^z}{2n^3 + n^2 - n + 3}$

7) (3 Punkte) Im Quadrat (Bild rechts) wird von der linken unteren Ecke ein unendlich langer Streckenzug eingezeichnet. Berechnen Sie den Inhalt der schraffierten Fläche, die aus unendlich vielen Dreiecken besteht.



8) (3 Punkte) Gegeben ist die Folge $a_n = \frac{x^n \cdot n}{n}$.

Bestimmen Sie alle Werte von x , sodass die Folge konvergent für $n \rightarrow \infty$ ist und geben Sie in diesen Fällen jeweils den Grenzwert der Folge an!

(Tipp: es gibt zwei mögliche Grenzwerte für verschiedene Werte von x)

Lösungen:

1) erste Lösung: 3 und 2 zweite Lösung: 15 und -10

2) a) 5 b) 3.846

3) a) $\frac{7}{18}$ b) $\frac{2}{11}$

4) 274.37 Fr.

5) a) $-\infty$ c) ∞ e) 4
b) ∞ d) 0 f) 0

6) a) $x = 0$; $y = -3$; $z = \text{beliebig}$
b) $z = 3$; $x < 3$ beliebig; $y < 3$ beliebig

7) $\frac{64}{3}$

8) $x = 1 \Rightarrow$ Grenzwert 1
 $|x| < 1 \Rightarrow$ Grenzwert 0