Prüfungsvorbereitung Logarithmen, Wachstum und Zerfall

1) *(2 Punkte)* Schreiben Sie als Logarithmus !

a) $3^x = 17$ b) $2^x = p$

2) *(6 Punkte)* Berechnen Sie:

a) $\log_3(27)$ b) $\log_3(\frac{1}{9})$ c) $\log_{10}(10^6)$ d) $\log_{10}(1000^5)$

3) *(6 Punkte)* Berechnen Sie:

a) $\log_c(\frac{1}{c^3})$ b) $\log_q(\sqrt[5]{q})$ c) $\log_z(\frac{1}{\sqrt[3]{z}})$ d) $\log_a(\sqrt{\frac{\sqrt{a}}{a^2} : a})$

4) *(6 Punkte)* Berechnen Sie x:

a) $\log_x(16) = 2$ b) $\log_3(x) = 9$ c) $\log_{10}(x) = \frac{1}{10}$ d) $\log_x(10) = \frac{1}{10}$

5) *(8 Punkte)* Lösen Sie die Gleichung nach x auf !

a) $10^{\frac{1}{x}} = 3$

b) $7^{3x} = 5$

c) $7 \cdot 3^x = 3 \cdot 2^x$

d) $\log_2 x = 1 + \log_3 x$

e) $2\log_a x + \log_a 6 = 3\log_a 2 - \log_a \frac{1}{3}$

f) $\frac{1}{2}\log_a x = -\log_a 2$

6) *(1.5 Punkte)* Aus wievielen Ziffern besteht die Zahl 333^{444} ?

7) Sie besitzen ein Bankkonto mit 3245.60 Fr.

a) *(2 Punkte)* Pro Jahr erhalten Sie 1.75% Zinsen. Wieviel Geld ist nach 50 Jahren auf dem Konto, wenn Sie nichts einzahlen oder abheben?

b) *(2 Punkte)* Bei einer anderen Bank hätten Sie nach 50 Jahren 12600 Fr. auf dem Konto, wenn Sie nichts einzahlen oder abheben. Wie gross ist der Jahreszins ?

c) *(2 Punkte)* Wieviele Jahre müssten Sie warten, bis Sie dank Ihrem Vermögen von 3245.60 Fr. bei jährlich 1.75% Zins zum Millionär werden ?

8) *(4 Punkte)* Eine Bakterienkultur besteht um 13.00 Uhr aus 234‘178 Bakterien und wächst nach der Gleichung: $\boxed{B(t) = B_0 \cdot 1{,}5^t}$ (t in Stunden)

a) Um wieviel Uhr beträgt der Bestand 1'000'000 ?

b) Wie gross ist die Verdoppelungszeit (nach wievielen Stunden verdoppelt sich der Bakterienbestand ?

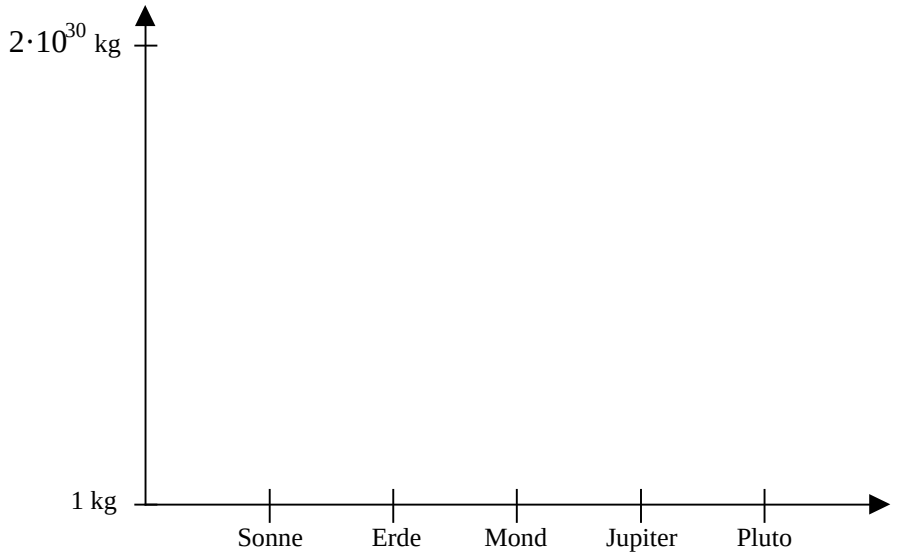
9) *(4 Punkte)* Eine 12-Volt-Batterie ist zum Zeitpunkt $t = 0$ (t in Sekunden) leer. Trotzdem ist noch eine kleine Restspannung zu messen. Sie beträgt : $\boxed{U_{Rest}(t) = 12 \cdot e^{-kt}}$ (U ist die Spannung in Volt.

a) Bestimmen Sie den Parameter k, wenn nach 100 Sekunden immer noch 5 Volt zu messen sind.

b) Zu welchem Zeitpunkt t sinkt der Restbestand unter 1 Volt ?

10) *(4 Punkte)* Zeichnen Sie die folgenden Daten in ein herkömmliches und in ein y-logarithmisches Koordinatensystem gleich hier auf dem Blatt. Es handelt sich um die Massen einiger Himmelskörper unseres Sonnensystems. (Die Länge der Skala auf der y-Achse beträgt 6cm)

Sonne	Erde	Mond	Jupiter	Pluto
$2 \cdot 10^{30}$ kg	$6 \cdot 10^{24}$ kg	$7 \cdot 10^{22}$ kg	$2 \cdot 10^{27}$ kg	10^{22} kg



Lösungen (ohne Gewähr)

1) a) $x = \log_3(17)$ b) $x = \log_2(p)$

2) a) 3 b) –2 c) 6 d) 15

3) a) –3 b) $\frac{1}{5}$ c) $-\frac{1}{3}$ d) –1.25

4) a) 4 b) 19683 c) 1.259 d) 10’000’000’000

5) a) 2.096 b) 0.276 c) – 2.090
d) 6.541 e) 2 f) 0.25

6) 1120

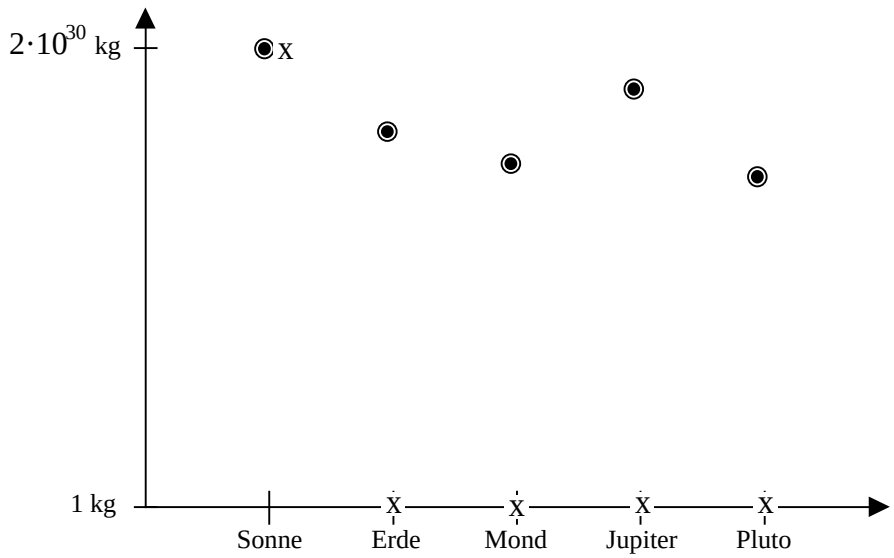
7) a) 7727.10 Fr. b) 2,75% c) t = 330.31, also 331 Jahre

8) a) 16.34 Uhr und fast 49 Sekunden
b) 1.7095 Stunden = 1 Stunde und 42 Minuten

9) a) $k = 8.7547 \cdot 10^{-3} = 0.0087547$
b) 283.84 Sekunden

10) $L(x) = 6 \cdot \log_{2 \cdot 10^{30}}(x) = 6 \cdot \frac{\ln(x)}{\ln(2 \cdot 10^{30})} \approx 0.086 \cdot \ln(x)$

Sonne	Erde	Mond	Jupiter	Pluto
$2 \cdot 10^{30}$ kg	$6 \cdot 10^{24}$ kg	$7 \cdot 10^{22}$ kg	$2 \cdot 10^{27}$ kg	10^{22} kg
bei 6 cm	bei 4.91 cm	bei 4.54 cm	bei 5.41 cm	bei 4.36 cm



x : herkömmlich

◉ : y-logarithmisch