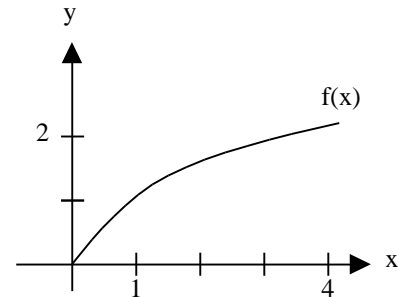


Prüfungsvorbereitung: Rotationskörper, uneigentliche Integrale und Anwendungen der Integralrechnung

- 1) (5 Punkte) Auf einem Hügel wütet während zwei Stunden ein Orkan. Sie sollen die durchschnittliche Windgeschwindigkeit während dieser Zeit von 14.00 Uhr bis 16.00 Uhr berechnen. Sie messen um 14.00 Uhr 100 km/h, um 15.00 Uhr 160 km/h und um 16.00 Uhr 90 km/h. Berechnen Sie die durchschnittliche Windgeschwindigkeit mit Integralrechnung, wenn die Geschwindigkeit in Abhängigkeit der Zeit durch eine quadratische Funktion der Form $v = at^2 + bt + c$ angenähert werden soll.

- 2) (5 Punkte) Berechnen Sie die Rauminhalte der Rotationskörper V_x und V_y , die durch Rotation des Abschnitts der Kurve $f(x) = \sqrt{x}$ im Bild unten (also zwischen $0 < x < 4$) um die x- bzw. die y-Achse entstehen.



- 3) (4 Punkte) Berechnen Sie folgende uneigentliche Integrale (sofern sie existieren):

a) $\int_1^{\infty} \frac{2}{x^2} dx$

b) $\int_3^{\infty} \frac{5+x}{x^3} dx$

c) $\int_0^2 \frac{2}{x^2} dx$

d) $\int_0^{\infty} e^{-x} dx$

- 4) (3 Punkte) Der Graph der Funktion $f: y = e^{-x}$ schliesst mit der x- und der y-Achse eine nach rechts ins Unendliche reichende Fläche ein. Berechnen Sie diese Fläche!
- 5) (3 Punkte) Wie gross ist die Arbeit W , die man verrichten muss, um einen Stossdämpfer (eine physikalische Feder) einer Autoradaufhängung mit Federkonstante $D = 20'000$ N/m um 10 cm aus der Ruhelage zu bewegen?
- 6) *(5 Punkte) Das Kurvenstück $x^2 - 4y^2 = 16$ bei $-8 \leq x \leq 8$ rotiert um die x- und die y-Achse. Berechnen Sie die Volumina der beiden Körper!

Lösungen (ohne Gewähr):

1) $v(t) = -65t^2 + 125t + 100 \Rightarrow \bar{v} = 138.\bar{3} \text{ km/h}$

2) $V_x = 8\pi$ $V_y = 6,4\pi$

3) a) 2 b) $\frac{11}{18}$ c) nicht def. d) 1

4) $A = 1$

5) 100 J

6) $\frac{128}{3}\pi$; $128\sqrt{3}\pi$