

Prüfungsvorbereitung Einführung Integralrechnung

- 1) Nähern Sie das Integral $\int_2^5 -x^2 + 6.5x - 5.5 \, dx$ durch 3 Rechteckflächen an, die auf gleichlangen Teilstücken über der x-Achse errichtet werden (Obersumme O_3) !
- (3 Punkte) Wie gross ist O_3 ?
 - (2 Punkte) Wie gross ist der prozentuale Fehler zur tatsächlichen Fläche A ?
- 2) (6 Punkte) Bestimmen Sie das unbestimmte Integral ohne den TR
- $\int 4x - 3x^5 + 2 \, dx$
 - $\int \frac{1}{x^3} - x^{-3} \, dx$
 - $\int \sqrt{x^3} \, dx$
 - $\int 2\sin(x) - \cos(x) \, dx$
 - $\int (x - \sqrt{x}) \cdot x^2 \, dx$
 - $\int \frac{1}{x^2} - \cos(x) \, dx$
- 3) (3 Punkte) Berechnen Sie ohne den TR:
- $\int_0^2 -3x^2 + 2x - 1 \, dx$
 - $\int (x - 2)x^3 \, dx$
- 4) (4 Punkte) Bestimmen Sie a so, dass die Gerade g: $x = a$ mit der Kurve f: $y = \sqrt{x}$ und der x-Achse eine Fläche mit Inhalt $A = 18$ einschliesst.
- 5) (2+2 Punkte, wenn Sie das Integral ohne den Taschenrechner berechnen)
Bestimmen Sie den Inhalt eines Flächenstücks zwischen der x-Achse und der Kurve mit der Gleichung $y = \sin(x)$
- 6) (3+2 Punkte, wenn Sie das Integral ohne den Taschenrechner berechnen)
Berechnen Sie die Summe der Flächeninhalte zwischen der Kurve $f(x) = x^3 - x^2 - 2x$ und der x-Achse !
- 7) (4 Punkte) Für welchen Wert von a schliessen die Parabeln $p_1 : y = x^2$ und $p_2 : y = 4 - ax^2$ eine Fläche von $A = \frac{16}{3}$ ein?

- 8) (5 Punkte) Eine Parabel 3. Ordnung (Ansatz: $ax^3 + bx^2 + cx + d$) geht durch den Ursprung und berührt die x-Achse im Punkt (2|0). Sie schliesst zwischen diesen beiden Nullstellen $x_1 = 0$ und $x_2 = 2$ mit der x-Achse eine Fläche von $A = \frac{4}{3}$ ein. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Funktion $f(x)$!
- 9) *(4 Punkte) Eine Parallele zur x-Achse schliesst mit der Parabel $y = x^2$ eine Fläche von $A = 36$ ein. Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden !

Lösungen:

- 1) a) 14.5625
b) $\frac{14.5625-12.75}{12.75} = 14.2\%$
- 2) a) $2x^2 - \frac{1}{2}x^6 + 2x + C$
b) C
c) $\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$
d) $-2\cos(x) - \sin(x) + C$
e) $\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} + C$
f) $-\frac{1}{x} - \sin(x) + C$
- 3) a) -6
b) $\frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{2} + C$
- 4) a = 9
- 5) 2
- 6) $3.0833333 = \frac{37}{12}$
- 7) a = 3
- 8) $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$
- 9) y = 9