Prüfungsvorbereitung Extremwertaufgaben

1) *(4.5 Punkte)* Für welches x aus dem Intervall I nimmt die Funktion f den grössten (Maximum) bzw. kleinsten Wert (Minimum) an ?

   a) $f(x) = x^2 - 1$ $I = [-1,2]$

   b) $f(x) = -x^3 + 3x$ $I = [-2,0]$

   c) $f(x) = -x^3 + 3x$ $I = [-1,3]$

2) *(4 Punkte)* Die Tragfähigkeit *T* eines Balkens mit rechteckigem Querschnitt ist gegeben durch $T=kbh^2$, wo *k* eine Materialkonstante des Holzes, *b* die Breite und *h* die Höhe des Querschnitts des Balkens bezeichnet. Ein zylindrischer Baumstamm mit Querschnittradius *r* = 50cm soll so zugeschnitten werden, dass ein Balken mit möglichst grosser Tragfähigkeit entsteht.

3) *(3 Punkte)* Aus drei Brettern von je 5 cm Breite soll eine oben offene Wasserrinne mit trapezförmigem Querschnitt hergestellt werden. Wie breit muss sie oben sein, damit ihr Fassungsvermögen maximal ist?

4) *(3 Punkte)* Auf einem Flugblatt soll ein Text von A cm^2 Flächeninhalt plaziert werden unter Einhaltung eines oberen und unteren Randes von je a cm Breite und eines seitlichen Randes von je b cm Breite. Bei welchen Abmessungen des Blattes ist der Papierverbrauch am geringsten?

   a) für A = 150, a = 3, b = 2 b) **Allgemein für A, a und b

5) *(4 Punkte)* Es soll ein unterirdischer Kanal gebaut werden, dessen Querschnitt die Form eines Rechtecks mit aufgesetztem Halbkreis hat und 8 m^2 misst. Wie müssen die Abmessungen dieses Querschnitts gewählt werden, damit sein Umfang minimal wird?

Lösungen

1) a) Max(2|3); Min(0|–1) b) Max(–2|2); Min(–1|–2) c) Max(1|2); Min(3|–18)

2) $h = \sqrt{2} \cdot b$, also $b = \frac{100}{\sqrt{3}} = 57{,}735$; $h = \frac{100 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 81{,}650$

3) 10 cm

4) 14 cm breit, 21 cm hoch b) $\sqrt{\frac{Ab}{a}} + 2b$ cm breit, $\sqrt{\frac{Aa}{b}} + 2a$ cm hoch

5) Breite = Gesamthöhe = $\frac{8}{\sqrt{4+\pi}}$ m $\approx$ 2.99 m