

Prüfungsvorbereitung

Höhere Ableitungen, ganz rationale Funktionen, Kurvendiskussion

Benützen Sie den TR nur zum Lösen der Gleichungen und Gleichungssysteme, die Berechnung der Ableitungen müssen ersichtlich sein.

1) (5 Punkte) Allgemeine Fragen zur Theorie

Beantworten Sie die folgenden Fragen zu den ganz rationalen Funktionen. Begründen sie ihre Antworten **nicht**.

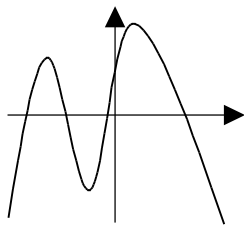
a) Für eine ganz rationale Funktion f mit Grad 5 gilt: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

Wohin strebt $f(x)$ für $x \rightarrow +\infty$?

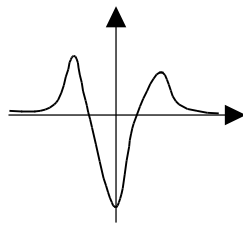
b) Wieviele Wendepunkte kann eine ganz rationale Funktion 5. Grades maximal haben?

c) Eine ganz rationale Funktion hat 5 Extrema. Wie gross ist der Grad dieser Funktion mindestens?

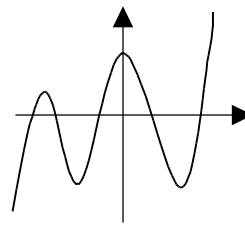
d) Bei welchen Graphen im Bild unten handelt es sich um **keine** ganz rationale Funktion ?



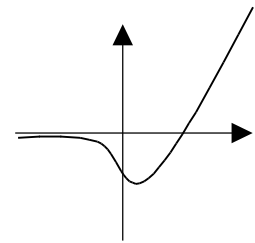
Graph 1



Graph 2



Graph 3



Graph 4

e) Welche der ganz rationalen Funktionen im Bild oben hat (haben) ungeraden Grad ?

2) (3 + 2 Punkte, wenn Sie die Gleichungen ohne Taschenrechner lösen)

Bestimmen Sie die Parameter a und b in der Funktion $g(x) = ax^6 + bx^5$ so, dass $g(x)$ den gleichen Wendepunkt hat wie die Funktion $f(x) = x^3 - 3x^2$.

3) (3 Punkte) Bestimmen Sie die Parameter a und b so, dass die Funktion $f(x) = x^4 + ax^2 + bx - 3$ bei $x = -1$ einen Terrassenpunkt hat.

4) (5 Punkte) Lösen Sie diese Aufgabe ohne Taschenrechner

Diskutieren sie die Funktion $f(x) = x^3 - 3x^2$. Geben Sie die Koordinaten der Nullstellen, der Hoch- und Tiefpunkte und der Wendepunkte an. Skizzieren Sie mit Hilfe dieser Daten den Graphen. Auf die korrekte Krümmung (Links- oder Rechtskrümmung) ist zu achten.

- 5) (5 Punkte) Von einer zum Nullpunkt symmetrischen Parabel 5. Ordnung weiss man, dass sie in $(0|0)$ einen Wendepunkt hat. Die Wendetangente hat in diesem Wendepunkt die Steigung $m = -2$. Zudem besitzt die Parabel in $(1|-2)$ ein Minimum. Finden Sie die Gleichung der Parabel !
- 6) (5 Punkte) Bei einer Zirkusvorstellung wird ein Artist unter dem Winkel von 45° aus einer „Kanone“ geschossen und landet in einem 15 m entfernten Wasserbehälter, der gegenüber der Kanonenöffnung 3.75 m höher steht. Könnte die Vorführung auch in einem 6 m hohen Saal stattfinden?
- 7) (6 Punkte) In einer Fabrik werden Radiogeräte hergestellt. Bei einer Wochenproduktion von x Radiogeräten entstehen fixe Kosten von 2000 CHF und variable Kosten, die durch $60x + 0.8x^2$ (in CHF) näherungsweise beschrieben werden können.
- Bestimmen Sie die wöchentlichen Gesamtkosten. Zeichnen Sie den Graphen für den Bereich $0 \leq x \leq 140$.
 - Die Firma verkauft alle wöchentliche produzierten Geräte zu einem Preis von 180 CHF je Stück. Geben Sie den wöchentlichen Gewinn an. Zeichnen Sie den Graphen der Gewinnfunktion in das vorhandene Achsenkreuz.
 - Bei welchen Produktionszahlen macht die Firma Gewinn? Bei welcher Produktionszahl ist der Gewinn am grössten?
 - *Wegen eines Überangebots auf dem Markt muss die Firma den Preis senken. Ab welchem Preis macht die Firma ganz sicher keinen Gewinn mehr?

Lösungen:

- 1) a) gegen $+\infty$
 - b) 3
 - c) 6
 - d) Die Graphen 2 und 4 stammen nicht von ganz rationalen Funktionen
 - e) nur Graph 3

- 2) $f(x): W(1|-2) \Rightarrow a = 4, b = -6 \Rightarrow g(x) = 4x^6 - 6x^5$

- 3) $a = -6, b = -8 \Rightarrow f(x) = x^4 - 6x^2 - 8x - 3$

- 4) Nullstelle (0|0), (3|0); Hochpunkt (0|0); Tiefpunkt (2|-4); Wendepunkt (1|-2);

- 5) $f(x) = x^5 - x^3 - 2x$

- 6) $f(x) = -0.05x^2 + x$; wegen $f(10) = 5 < 6$ geht's

- 7) a) $K(x) = 2000 + 60x + 0.8x^2$
 - b) $G(x) = 180x - K(x) = 120x - 2000 - 0.8x^2$
 - c) Gewinne bei $20 \leq x \leq 130$; maximal bei $x = 75$, nämlich $G_{\max} = 2500$ CHF
 - d) bei 140 CHF