

## Prüfungsvorbereitung gebrochen rationale Funktionen und Grenzwerte

**Hilfsmittel:** Taschenrechner und Formelbuch

**Abkürzungen:**

NS: Nullstellen

H, T: Hoch- und Tiefpunkte

W: Wendepunkte

1) Gegeben ist die Funktion  $f(x) = \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{4x^2}$ .

- a) (2 Punkte)  $f(x)$  strebt gegen  $\infty$ , wenn  $x$  gegen  $\pm\infty$  geht. Berechnen Sie die Asymptote für  $x \rightarrow \pm\infty$ .  
(Es ist diesmal keine Gerade)
- b) (5 Punkte) Diskutieren Sie die Funktion  $f(x)$ : geben Sie die Definitionsmenge, die Koordinaten der Nullstellen, der Hoch- und Tiefpunkte an. Berechnen Sie die Limites bei den Definitionslücken und für  $x \rightarrow \pm\infty$ . Skizzieren Sie mit Hilfe dieser Daten und dem Resultat aus Aufgabe a) den Graphen. Auf die korrekte Krümmung (Links- oder Rechtskrümmung) ist zu achten.

2) (3 Punkte) Wo hat die Funktion  $f(x) = \frac{6}{x^2 - 4}$  Pole? Handelt es sich um Pole mit oder ohne Vorzeichenwechsel, gegen  $+\infty$  oder  $-\infty$ ?

- 3) (4 Punkte) Auf ein Flugblatt soll ein  $150 \text{ cm}^2$  umfassender Text (unter Einhaltung eines Seitenrandes oben und unten von 3 cm, links und rechts 2 cm) mit möglichst geringem Papierverbrauch gedruckt werden. Wie hoch und breit wird das Blatt?

### Grenzwerte

- 4) (6 Punkte) Bestimmen Sie die Grenzwerte der folgenden Terme für  $x \rightarrow 0$ :

a)  $\frac{x^3 - 2x}{x^2 + x}$

c)  $\frac{2^x}{x^2}$

b)  $\frac{e^x - 1}{x}$

d)  $3x + 5$

- 5) (4 Punkte) Bestimmen Sie die links- und rechtsseitigen Grenzwerte der folgenden Terme für  $x \rightarrow a$ , wo  $a$  die Nullstelle des Nenners ist:

a)  $\frac{x^2 + 2}{x - 4}$

b)  $\frac{2}{(x-1)^2}$

6) (4 Punkte) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-3x^2}{x^2+x}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x}{2x-8}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x-2}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{3x^2-7x+2}$

### Lösungen:

1) a)  $y = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{2}$

b)  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ; NS( $\pm 1|0$ ); T( $\pm 1|0$ ); Symmetrie bzgl. y-Achse.

2) bei  $x = -2$  mit VZW + nach  $-\infty$ ; bei  $x = 2$  mit VZW – nach  $+\infty$ ;

3) 14cm breit, 21 cm hoch

4) a) 0

b) 1

c)  $\infty$

d) 5

5) a) linkss.:  $-\infty$ ; rechtss.:  $\infty$

b) linkss.:  $\infty$ ; rechtss.:  $\infty$

6) a) 1

b) 1

c) 1

d) 0.8