

Prüfungsvorbereitung Integrationsregeln

1) Berechnen Sie das Integral $\int_1^b \frac{2}{x^3} - e^{-x} dx$

a) für $b = 3$

b) für $b \rightarrow \infty$

2) Berechnen Sie folgende Integrale (Substitutionsregel)

a) $\int \cos(2x + 1) dx$

c) $\int_0^2 \frac{3x}{x^2 + 9} dx$

b) $\int \sqrt{3x - 8} dx$

d) $\int_1^2 x \cdot e^{2x^2} dx$

3) Der Flächeninhalt eines Flächenstücks zwischen dem Graphen der Funktion $f: y = a \cdot \sin \frac{x}{2}$ und der x-Achse beträgt 6. Bestimmen Sie den Parameter a !

4) (2 + 4 Punkte) Berechnen Sie mit der partiellen Integration (Teilaufgabe a): einmalig, b): zweimalig):

a) $\int \sin x \cdot \cos x dx$

b) $\int e^{2x} \cdot \sin x dx$

5) (2 + 3 Punkte) Berechnen Sie mit der Partialbruchzerlegung:

a) $\int \frac{1}{x^2 - x} dx$

b) $\int \frac{5x}{x^2 - 1} dx$

6) Gegeben ist die Funktion $f: y = \frac{1}{x^2 - 1}$.

a) (5 Punkte) Skizzieren Sie die Kurve im Bereich $-5 \leq x \leq 5$ bzw. $-5 \leq y \leq 5$, indem Sie Definitionsbereich (Polstellen), Nullstellen, Extrema und die Asymptoten bzw. Verhalten gegen $\pm \infty$ diskutieren.

b) (3 Punkte) Berechnen Sie die Fläche zwischen dem Graphen von f und der x.-Achse, die rechts von der Geraden $x = 2$ liegt !

7) (3.5 Punkte) Welche Fläche schliesst der Graph von $f: y = x \cdot e^{-x}$ rechts von seiner Nullstelle mit der x-Achse ein ?

Lösungen:

1) a) 0,571

b) 0,632

2) a) $\frac{1}{2} \sin(2x + 1)$

b) $\frac{2}{9} (3x - 8)^{\frac{3}{2}}$

c) 0,55

d) $\frac{1}{4} (e^8 - e^2) = 743,39$

3) $a = \pm 1,5$

4) a) $\frac{1}{2} \sin^2 x + C$

b) $\frac{1}{5} e^{2x} (2 \sin x - \cos x)$

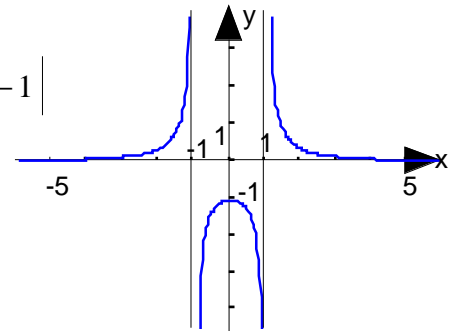
5) a) $\ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C = \ln |x-1| - \ln |x| + C$

b) $\frac{5}{2} \ln |x^2 - 1|$

6) a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$; NS: keine; Hochpunkt $(0|-1)$;

a) Asymptoten bzw. Verhalten gegen $\pm \infty$ siehe Bild

b) $\int_2^{\infty} f(x) dx = \frac{1}{2} \ln(3) \approx 0.5493$



2) $A = 1$