Prüfungsvorbereitung

Kurvendiskussion und Ableitungen trigonometrischen, Exponential- und Logarithmusfunktionen

1) *(6 Punkte)* Diskutieren Sie die Funktionen $f(x) = \sin(x) + \sin(2x)$ und $g(x) = \cos(x) + \sin^2(x)$

   Berechnen Sie dazu den Definitionsbereich, die Nullstellen und die Extrema der Funktionen. Skizzieren Sie danach mit Hilfe dieser Daten die Graphen im Bereich $0 \le x \le 2\pi$.

2) *(6 Punkte)* Berechnen Sie die Ableitungen folgender Funktionen:

   a) $y = (\ln x)^2$

   b) $y = \ln(x^2)$

   c) $y = x \cdot e^{\sin x}$

   d) $y = e^{\frac{x}{x+1}}$

3) Gegeben ist die Funktion $f(x) = e^{3x}$ und die Gerade g: $y = x + 1$

   a) *(3 Punkte)* Finden Sie die Gleichung derjenigen Tangente an die Kurve der Funktion f(x), die parallel zur Geraden g ist. (2 Stellen nach dem Komma.)

   b) *(3 Punkte)* Der Graph der Funktion f und die Gerade h: y = e schneiden sich in einem Punkt. Berechnen Sie den den Schnittpunkt und den Schnittwinkel.

4) *(6 Punkte)* Diskutieren Sie die Funktion $f(x) = \ln(2x - x^2)$

   Berechnen Sie dazu den Definitionsbereich, die Nullstellen und die Extrema der Funktionen. Skizzieren Sie danach mit Hilfe dieser Daten die Graphen im Bereich $-4 \le x \le 4$.

Lösungen:

1) Kontrolle mit TR

2) a) $y' = \frac{2\ln x}{x}$ b) $y' = \frac{2}{x}$ c) $y' = e^{\sin x} + x \cdot e^{\sin x} \cdot \cos x$ d) $e^{\frac{x}{x+1}} \cdot \frac{1}{(x+1)^2}$

3) a) $y = x + 0.70$ b) 83.01°

4) $D =]0,2[$; NS(1|0); H(1|0); $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = -\infty$