Prüfungsvorbereitung Repetition Analysis

1) *(5 Punkte)* **Integral**

Berechnen Sie die Fläche zwischen dem Graphen der Funktion f: $y = (x-2)\cdot\sqrt{x}$ und der Geraden g: $y = x$!

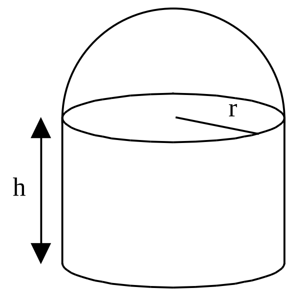
2) **Kurvendiskussion**

a) *(1 Punkt)* Berechnen Sie die Gleichung der Asymptote für $x \to \pm\infty$ der Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{2x}$$

b) *(5 Punkte)* Diskutieren Sie diese Funktion $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 4}{2x}$:

Geben Sie die Definitionsmenge, die Koordinaten der Nullstellen, der Polstellen, der Hoch- und Tiefpunkte an. Berechnen Sie die Limites bei den Definitionslücken (also den Polstellen) und für $x \to \pm\infty$. Skizzieren Sie mit Hilfe dieser Daten den Graphen für $x, y \in [-8,8]$. Zeichnen Sie auch die Asymptoten (aus Aufgabe a) ein.



3) **Extremalaufgabe**

(6 Punkte) Das zentrale Gebäude eines Kernkraftwerks besteht aus einem Zylinder mit einer aufgesetzten Halbkugel. Das Gesamtvolumen (Zylinder + Halbkugel) muss nach gesetzlichen Vorlagen $1000 m^3$ betragen.
Die Baukosten der Mauer betragen für den Zylindermantelteil (*Boden und Deckel gibt es nicht)* $1000 Fr./m^2$, für den Halbkugelteil $3000 Fr./m^2$.
Wie muss man Radius r und Höhe h wählen, damit die Baukosten des Gebäudes möglichst klein werden ?

$V_{Zylinder} = \pi r^2 h$

$V_{Halbkugel} = \frac{2}{3}\pi r^3$

$S_{Zylindermantel} = 2\pi r h$

$S_{Halbkugel} = 2\pi r^2$

Lösungen (ohne Gewähr)

1) Schnittpunkte: (0|0) und (4|4), Fläche = 5.87

2) a) $y = 0.5x - 2.5$
   b) Nullstellen $x = 1$ und $x = 4$; Minimum bei (2|-0.5) ; Maximum bei (-2|-4.5);
   $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = \infty$; $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$; $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$;

3) NB: $h = \dfrac{1000 - \frac{2}{3}\pi r^3}{\pi r^2}$; ZF: Kosten = $2\pi rh \cdot 1000 + 2\pi r^2 \cdot 3000$;

   bzw. = $2\pi r \dfrac{1000 - \frac{2}{3}\pi r^3}{\pi r^2} \cdot 1000 + 2\pi r^2 \cdot 3000$; also minimal bei r = 4.0858 m und h = 16.3437 m