① a) i) $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

ii) $4x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \quad \underline{NS(0|0)}$

iii) $f'(x) = \dfrac{-4x-8}{(x-2)^3} = 0$ für $x = -2$

$\rightarrow \underline{E(-2|-\tfrac{1}{2})}$

iv) $\underline{x=2}$ (senkrechte Asymptote

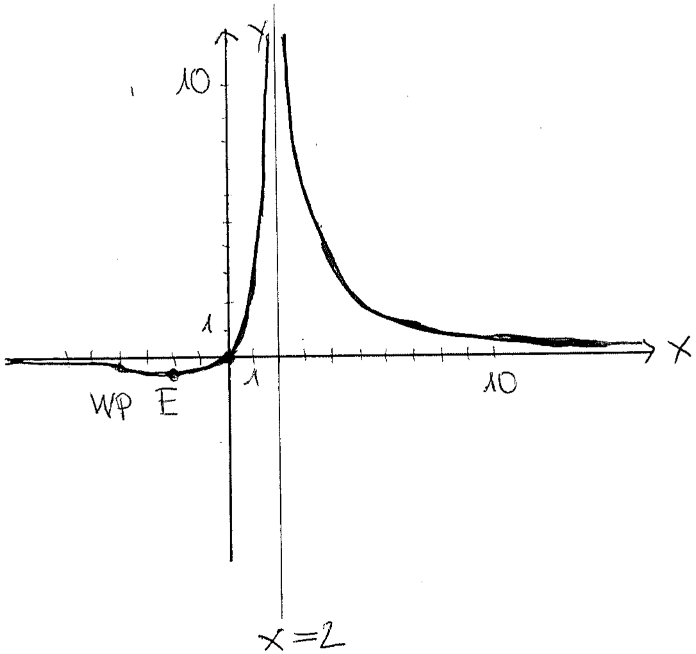
$\underline{y=0}$ (x-Achse = waagrechte As.)

v) $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x<2}} f(x) = \infty = \lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x>2}} f(x)$

vi) $f''(x) = \dfrac{8x+32}{(x-2)^4} = 0$ wenn $x = -4$

$\underline{WP(-4|-0{,}44)}$

vii)



b) i) $F'(x) = 4 \cdot \underbrace{\dfrac{1}{x-2}}_{\ln(x)' = \frac{1}{x}} - \dfrac{4(x-2) - 1 \cdot 4x}{(x-2)^2}$

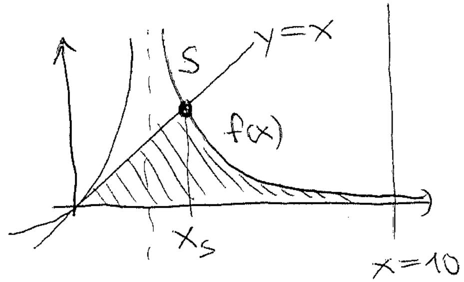
$= \dfrac{4}{x-2} - \dfrac{4x-8-4x}{(x-2)^2}$

$= \dfrac{4}{x-2} - \dfrac{-8}{(x-2)^2}$ | gleichnamig

$= \dfrac{4 \cdot (x-2) + 8}{(x-2)^2} = \dfrac{4x-8+8}{(x-2)^2}$

$= \dfrac{4x}{(x-2)^2}$ ✓

ii)



Schnittpunkt, wo $x = \dfrac{4x}{(x-2)^2} \Rightarrow$

$(x-2)^2 = 4 \Rightarrow x = \begin{cases} 0 \\ 4 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Fläche: $\displaystyle\int_0^4 x\,dx + \int_4^{10} \frac{4x}{(x-2)^2}\,dx$

$= 8 + 8{,}55 = \underline{16{,}55}$

iii) $f'(6) = -0{,}5$, $(6|1{,}5) \in$ Graph

$\Longrightarrow y = -0{,}5x + 4{,}5$

② a) 1. Flugkörper $\begin{pmatrix} 0.5 \\ 2.5 \\ 4.5 \end{pmatrix} \Rightarrow |\vec{v}_1| = \sqrt{0.5^2+2.5^2+4.5^2}$
$= 5{,}17$

2. Flugkörper $\begin{pmatrix} -0.5 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow |\vec{v}_2| = 4{,}5$

$\Rightarrow \quad v_1 = \dfrac{5{,}17\,\text{km}}{30\,\text{s}} \overset{\cdot 120}{=} \underline{\underline{620\ \text{km/h}}}$

$v_2 = \quad = \underline{\underline{540\ \text{km/h}}}$

b) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0.5 \\ 2.5 \\ 4.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \\ 2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -0.5 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$

$$\left| \begin{array}{l} 0.5t = 2-0.5t \\ 1+2.5t = 10-2t \\ 1+4.5t = 2+4t \end{array} \right| \begin{array}{l} \rightarrow t=2 \ ✓ \\ \rightarrow t=2 \ ✓ \\ \rightarrow t=2 \ ✓ \end{array}$$

Nach $2 \cdot 30$s, also eine Minute später.

c) 1. $\vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\cap$ xy-Ebene

$z = 10 + s = 0 \Rightarrow s = -10$

$S_1(1|6|0)$

2. $\vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 60 \\ 300 \\ -200 \end{pmatrix}$ $\cap$ xy-Eben

$z = 10 - 200t = 0 \Rightarrow t = 0.05$

$S_2(4|21|0)$

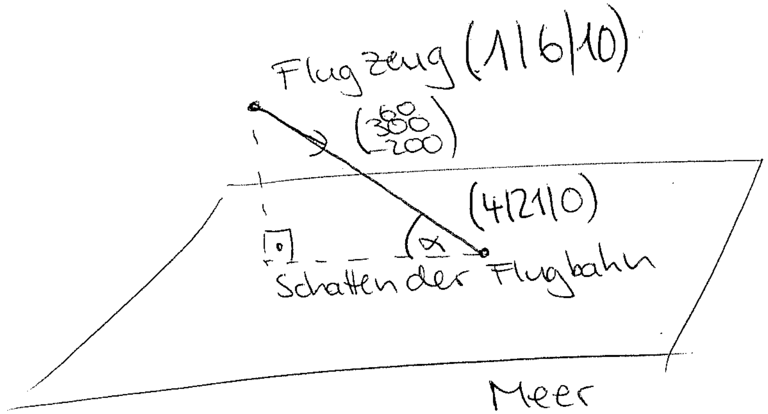
→ Abstände zu Peilstation

1. $\sqrt{1^2+6^2} = \underline{\underline{6{,}08\ \text{km}}}$

2. $\sqrt{4^2+21^2} = \underline{\underline{21{,}38\ \text{km}}}$

d) $\sin(\alpha) = \left| \dfrac{\begin{pmatrix} 60 \\ 300 \\ -200 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix} 60 \\ 300 \\ -200 \end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right|} \right| \leftarrow \vec{n}_{xy} = \left| \dfrac{-200}{365{,}5 \cdot 1} \right|$

$\alpha = \arcsin(0{,}54) = \underline{\underline{33{,}17^\circ}}$



③ a) $\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5} = \frac{1}{35} \cong \underline{\underline{3\%}}$

$\left(= \frac{1}{\binom{7}{3}}\right)$

b) P(Berta zieht aus Alfons Korb zwei gleiche) $= \frac{2}{7}\cdot\frac{1}{6} + \frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6} = \frac{14}{42} = \frac{1}{3}$

P(Alfons zieht) $= \frac{2}{7}\cdot\frac{1}{6}+\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{6}+\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{6} = \frac{10}{42}$

$\Rightarrow$ Berta hat bessere Chancen

(oder z.B. P(Alfons zieht) $= \frac{\binom{2}{2}+\binom{2}{2}+\binom{3}{2}}{\binom{7}{2}}$)

c) i) $B(10, 0.3, 1) = \underline{\underline{12{,}11\%}}$

ii) $B(10, 0.3, k\geq 3) = \underline{\underline{61{,}72\%}}$

iii) ges.: n mit $B(n, 0.3, k\geq 1) \geq 90\%$

n=	6	7
P=	0,88	0,9176

$\Rightarrow$ Mind. 7 Mal

(oder: Gegen-WK $B(n, 0.3, k=0) \leq 10\%$

$\binom{n}{0}\cdot 0{,}3^0 \cdot 0{,}7^n \leq 0{,}1$

$0.7^n \leq 0.1$

$n \geq \log_{0.7}(0{,}1)$

$n \geq 6{,}46\ldots$)

d) i) $p = \frac{2}{7}\cdot\frac{2}{7} = \frac{4}{49} \approx \underline{\underline{8{,}2\%}}$

ii) P(mind 1 blau) = 1 − P(keines blau)

$= 1 - \frac{5}{7}\cdot\frac{5}{7} = \frac{24}{49} \approx \underline{\underline{49\%}}$

(4) a) $M(10) = \underline{\underline{34\ \$}}$

b) $M'(t) = -0{,}006t^2 + 0{,}12t \quad = 0 \quad | \cdot 1000$

$$-6t^2 + 120t = 0$$

$$-6t(-t+20) = 0$$

$$\Rightarrow t=0 \quad \text{oder} \quad t=20$$

→ Kandidaten für Extrema: $t=0$, $t=20$, $t=31$ ↑ Rand

t	0	20	31
$M(t)$	30	38	28,08

Max (20|38) Min (31|28.08)

$\boxed{\begin{array}{l}\rightarrow \text{Nach 20 Tagen } 38\ \$ \text{ (Höchst)} \\ \rightarrow \text{Nach 31 Tagen } 28.08\ \$ \text{ (Tiefst)}\end{array}}$

c) Wendepunkt bei $M''(t) = 0$

$$-12t + 120 = 0$$

$$t = 10$$

Nach 10 Tagen

d) $M'(15) = 0.45$ \$/Tag

Um so viele \$ nimmt der Preis momentan pro Tag zu.

e) $M(t) = -0{,}002t^3 + 0.06t^2 + 30 = 30 \quad | -30 \quad | \cdot 500$

$$-t^3 + 30t^2 = 0$$

$$t^2(30-t) = 0$$

$\Rightarrow t=0$ (klar) oder $t=30$

→ Nach 30 Tagen

f) $\overline{M(t)}_{[0,31]} = \frac{1}{31} \cdot \int_0^{31} M(t)\,dt = \underline{\underline{34{,}3245\ \$}}$

$$\int M(t)\,dt = -0.002\frac{t^4}{4} + 0{,}06\frac{t^3}{3} + 30t$$

$$= -0{,}0005t^4 + 0{,}02t^3 + 30t$$

⑤ a) i) $|\vec{AB}| = \left|\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix}\right|$
$|\vec{BC}| = \left|\begin{pmatrix}3\\6\\6\end{pmatrix}\right|$ } gleiche Zahlwerte ✓ $(= \sqrt{3^2+6^2+6^2} = \underline{\underline{9}})$

ii) $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = \begin{pmatrix}-6\\-3\\6\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}3\\6\\6\end{pmatrix} = -18-18+36=0$ ✓

iii) $\vec{OD} = \vec{OA} + \vec{BC} = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}3\\6\\6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\8\\9\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \underline{\underline{D(4|8|9)}}$

iv) Schneide Ebene mit einer zu ihr senkrechten Geraden durch B:

$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}7\\5\\-3\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} \cap 2x-2y+z-37=0$

$\rightarrow 2(7+2t) - 2(5-2t) + (-3+t) - 37 = 0$

$14 + 4t - 10 + 4t - 3 + t - 37 = 0$

$9t - 36 = 0 \Rightarrow t = 4$

$\underline{\underline{F(15|-3|1)}}$

⑤ b) i) $E: 2x - 2y + z + D = 0$

$(\vec{n} = \begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} = $ Richtung von g)

$A \rightarrow E: 2(-2) - 2\cdot(3) + 0 + D = 0$

$-4 \quad -6 \quad +D = 0$

$D = 10$

$E: \underline{\underline{2x-2y+z+10=0}}$

ii) Variante 1: $E \cap g$:

$2(4{,}5+2t) - 2(5{,}5-2t) + (1+t) + 10 = 0$

$9t = -9$

$t = -1$

$\Rightarrow S(2{,}5|7{,}5|0)$

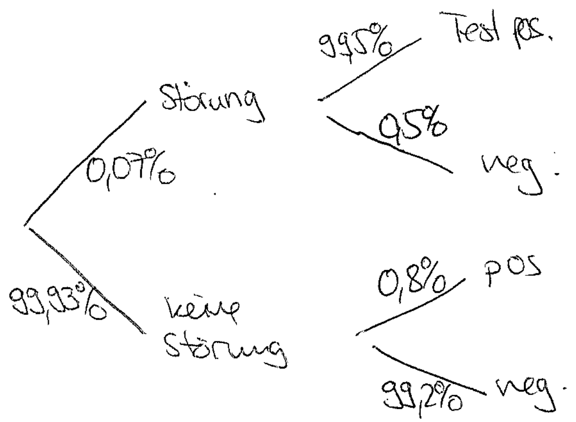
$|\vec{AS}| = \left|\begin{pmatrix}4{,}5\\4{,}5\\0\end{pmatrix}\right| = \underline{\underline{6{,}36}}$

Variante 2: Formel

$d(A,g) = \dfrac{\left|\begin{pmatrix}-6{,}5\\-2{,}5\\-1\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}\right|}{\left|\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}\right|} = \dfrac{\left|\begin{pmatrix}-4{,}5\\4{,}5\\18\end{pmatrix}\right|}{3}$

$= \dfrac{19{,}09}{3} = \underline{\underline{6{,}36}}$

6 a)



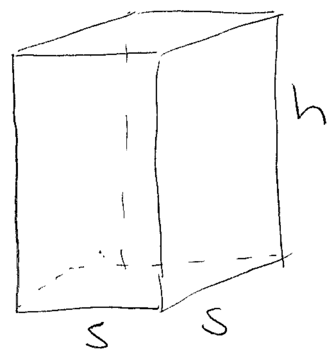
i) $P(\text{neg} \mid \text{Störung}) = \underline{\underline{0{,}5\%}}$ (ablesen)

ii) $P(\text{keine Störung} \mid \text{pos. Test}) = \dfrac{99{,}93\% \cdot 0{,}8\%}{0{,}07\% \cdot 99{,}5\% + 99{,}93\% \cdot 0{,}8\%}$

$= \dfrac{0{,}799}{0{,}869} = \underline{\underline{92\%}}$

iii) Da die Störung sehr selten ist, sind die meisten (92%) pos. getesteten Kinder tatsächlich gesund. Daher müssen noch weitere Abklärungen getroffen werden.

6 b)



Masse:

s, h in dm

Kosten in Rp

ZF: Kosten $\underbrace{s^2 \cdot 3}_{\substack{\text{Boden} \\ 3\,Rp/dm^2}} + \underbrace{4sh \cdot 1}_{\text{4 Seiten}} + \underbrace{s^2 \cdot 1}_{\text{Deckel}}$ $\underline{\text{min}}$

$K = 4s^2 + 4sh$ minimal

NB: Volumen $V = s^2 h = 72$

$\hookrightarrow h = \frac{72}{s^2}$ (*)

$\hookrightarrow K = 4s^2 + 4 \cdot s \cdot \frac{72}{s^2} = 4s^2 + 288 s^{-1}$

$K' = 8s - 288 s^{-2} = 0 \quad | \cdot s^2$

$8s^3 - 288 = 0 \quad | : 8$

$s^3 = 36$

$\underline{\underline{s = 3{,}3 \text{ dm}}}$

$\Rightarrow \underline{\underline{h = 6{,}6 \text{ dm}}}$ (*)

Kosten $K = 4s^2 + 4sh \approx$ ____

⑥ c) i) $s_1 = 1$, $s_2 = \frac{5}{3}$, $s_3 = \frac{19}{9}$

ii) AF: $d \stackrel{?}{=} \underbrace{s_2 - s_1} \stackrel{?}{=} s_3 - s_2 \stackrel{?}{=} \ldots$

$d \stackrel{?}{=} \frac{2}{3} \stackrel{?}{=} \frac{4}{9}$ f

GF: $q \stackrel{?}{=} \frac{s_2}{s_1} \stackrel{?}{=} \frac{s_3}{s_2} = \ldots$

$q \stackrel{?}{=} \frac{5}{3} \stackrel{?}{=} \frac{19}{9} : \frac{5}{3} = \frac{19}{15}$ f

$\Rightarrow$ weder AF noch GF

iii) $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} 3\left(1 - \underbrace{\left(\frac{2}{3}\right)^n}_{\to 0 \text{ wenn } n\to\infty}\right) = 3\cdot(1-0)$

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_n = \underline{\underline{3}}$ also konvergiert s_n gegen 3.